

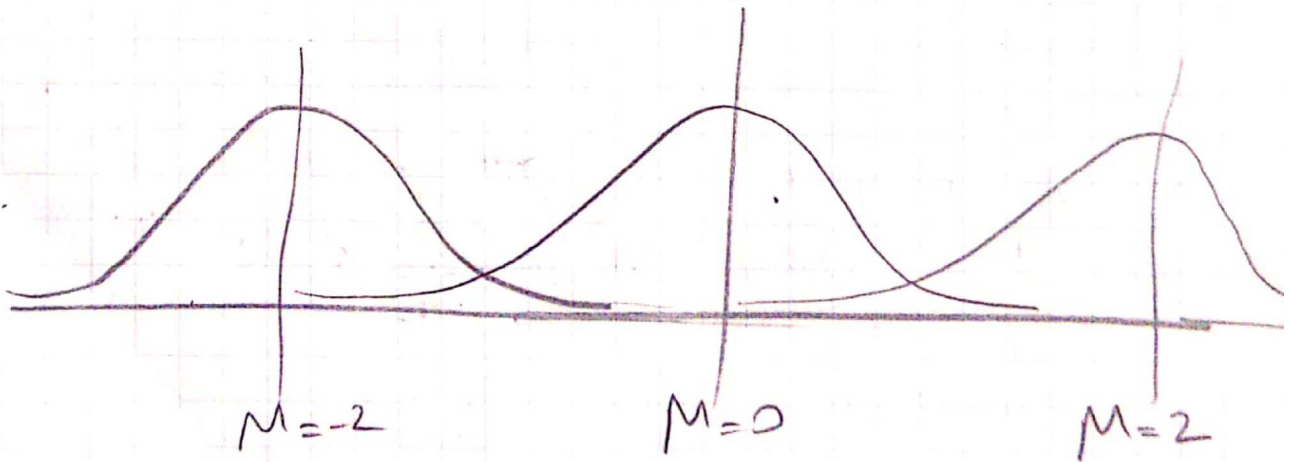
NORMAL DAĞILIM

Ortalama ve σ^2 varyansı sahip X rastlantısal değişkeninin olasılık fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-M}{\sigma} \right)^2}$$

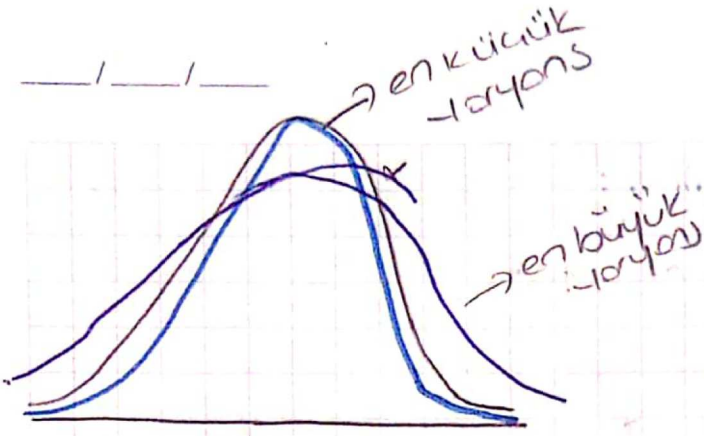
$$-\alpha < x < +\alpha$$

Şeklinde ise X rastlantısal değişkeni normal dağılıma sahiptir.



Varyansları aynı, farklı olan ortalamalar

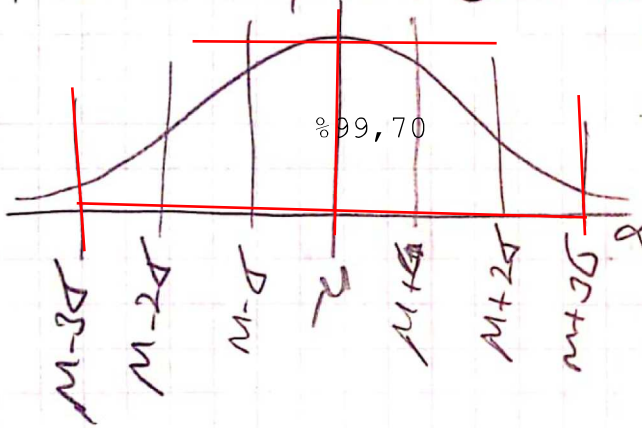
$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \quad M_1 \neq M_2 \neq M_3$$



$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \sigma_3^2$$

Normal dağılımın bazı özellikleri var.



Normal dağılım bir
veride birimlerin
%68,26 si $\mu \pm \sigma$
aralığında
%95,46 si $\mu \pm 2\sigma$
aralığında
%99,70 ü $\mu \pm 3\sigma$ aralın-
da yer alır.

Normal dağılımın özellikleri

- 1- Dağılım simetrik olup A.O = mod = medyan'dır
- 2- Dağılım $x = \mu$ 'de bir maximum değere sahiptir.
- 3- Eğrinin altında kalan alanın toplamı 1'e eşittir.

$$F(-\infty < x < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

st. sap
dx=1

Standart Normal Dağılım:

Normal dağılım fonksiyonu

$$\frac{x - \mu}{\sigma} = z \text{ alınır}$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}z^2} \rightarrow \text{std. normal dağılımın olasılık yoğun. fnk.}$$

$$\mu_z = 0 \quad \sigma_z^2 = 1$$

Ör 1 Bir sınıfta alınan notların ortalamaları 74 varyansı 144'tür. Buna göre aşağıdaki notları standardize ediniz.
a) 74 b) 65 c) 80 d) 98

$$a) 74 \quad z = \frac{74 - 74}{12} = 0$$

$$\sigma = \sqrt{144} = 12$$

$$b) 65 \quad z = \frac{65 - 74}{12} = -0,75$$

$$c) 80 \quad z = \frac{80 - 74}{12} = 0,5$$

$$d) 98 \quad z = \frac{98 - 74}{12} = 2$$

Ör 2 $P(0 \leq z < 1,43)$ $\rightarrow P(z < 1,43) - P(z \leq 0)$
 $\rightarrow 0,923641 - 0,500000$
 $\rightarrow 0,423641$

$$P(-0,76 \leq z \leq 0,76)$$

$$P(z \leq 0,76) - P(z \leq -0,76)$$

$$0,776373 - 0,223627 = 0,552746$$

ÖL Rastgele seçilen 560 öğrencinin boy uzunluğu -
ortalama 166 cm ortalama ve 25
standart sapmalı normal dağılıma
uymaktadır. Buna göre rastgele seçilen
bir öğrencinin boy uzunluğunun

a) 170-182 cm aralığında olması

b) 175 cm'den büyük olma olasılığı
ni bulunuz.

$$n = 560$$

$$\bar{x} = 166$$

$$s = 25$$

$$P(170 \leq x \leq 182)$$

$$P(x \geq 175)$$

$$a) P(170 \leq x \leq 182)$$

$$P\left(\frac{170-166}{25} \leq z \leq \frac{182-166}{25}\right)$$

$$P(0,16 \leq z \leq 0,64)$$

$$P(z \leq 0,64) - P(z \leq 0,16)$$

$$0,738914 - 0,563559 = 0,175355$$

$$b) P(x \geq 175)$$

$$P(z \geq 0,36)$$

$$P\left(z \geq \frac{175-166}{25}\right)$$

$$= 1 - 0,640576$$

$$= 0,359424$$

BİNOM DAĞILIMINA NORMAL DAĞILIM İLE YAKLAŞMA

Belli koşullar altında binom yerine normal dağılım kullanılır.

P	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
n	81	36	21	14	9

Ör

Para 100 kez atılıyor. 60 kez tura gelme olasılığı

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$$

$$\mu = n \cdot p \quad \mu = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

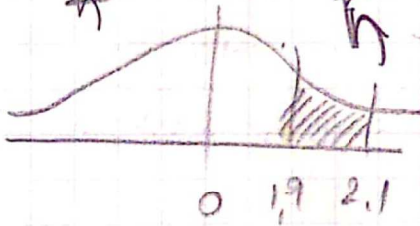
$$Z = \frac{60 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\sigma^2(x) = n \cdot p \cdot q$$

$$= 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$\sigma_x = 5$$

$$1.9 \leq Z \leq 2.1$$



Normal Dağılım sürekli dağılım

$$P(1.9 \leq Z \leq 2.1)$$

$$= P(Z \leq 2.1) - P(Z \leq -1.9)$$

$$= 0.982136 - 0.971283 = 0.010853$$

$$\frac{240!}{40!60!} \cdot \frac{1}{2^{100}}$$

Ör

Bir deste kart 40 kez karıştırılıyor. Her defasında bir kart çekiliyor. Çekilen kartın 20 kez kupa çıkma olasılığı = ?

$$\text{Kart sayısı} = 52$$

$$\text{Kupa sayısı} = 13$$

$$p = \frac{13}{52} = 0.25$$

$$\binom{40}{20} (0.25)^{20} \cdot (0.75)^{20}$$

$$1.40L \quad \uparrow \quad 0.75$$

uzun

$\frac{240}{n \cdot p} = 0,25 \times 40 = 10$ $n \cdot q \geq 5$ veya $n \cdot p \geq 5$ için binom

$z = \frac{x - \mu}{\sigma_x} \rightarrow$ sürelilik düzeltmesi için 0,5 eklenir ve çıkarılır

$\text{Var}(x) = n \cdot p \cdot q \rightarrow 40 \times 0,25 \times 0,75 = 7,5$ $\sigma_x = \sqrt{7,5} = 2,7$

$P\left(\frac{x - \mu - \frac{1}{2}}{\sigma_x} \leq z \leq \frac{x - \mu + \frac{1}{2}}{\sigma_x}\right) = P\left(\frac{20 - 10 - \frac{1}{2}}{2,7} \leq z \leq \frac{20 - 10 + \frac{1}{2}}{2,7}\right)$

$P(3,518 \leq z \leq 3,8) \rightarrow P(z \leq 3,8) - P(z \leq 3,5)$
 $= 0,999928 - 0,999767$

$= 0,0001$

— χ^2 - Kare Dağılımı —

χ^2 rasal değişkeni standart normal rasal değişkenin bir fonksiyonudur

$z_1 = \frac{x - \mu}{\sigma_x} \rightarrow$ Standart normal değişken

Bağımsız $z_1, z_2, \dots, z_n$ standart normal değişkenleri için $y_i = z_i^2$ alındığında

$y = \sum_{i=1}^n z_i^2$ şeklindeki değişkene χ^2 değişkeni ve oluşturma dağılımı χ^2 dağılımıdır.

$E(\chi^2) = n$ $\text{Var}(\chi^2) = 2n$ Δ Her türlü kareli dağılım χ^2 dağılımına uyar.

T (STUDENT - T) Dağılımı

İstatistikte çok yaygın kullanılır. Örneklemde anakütle yapısı bilinmediği ($n < 30$) normal dağılıma sahip küçük örnekler için hipotez testi yapıldığında kullanılan bir dağılımdır.

$z \sim N(0,1)$ $y \sim \chi^2_u \rightarrow u$ tane χ^2 toplamı

$t = \frac{z}{\sqrt{\frac{y}{u}}}$