

Kesikli Olasılıklı Dağılımlar

1- Bernoulli Olasılık Dağılımı

A başarılı (istenen- ilgilenilen) sonuç

$\bar{A}$ başarısız

gibi iki farklı sonucu olan denemeye Bernoulli denemesi denir.

Bernoulli denemesi için X rastsal değişkeni şu şekilde tanımlanır-

$X = 1$ A sonucu gerçekleşmiş ise

$X = 0$ A sonucu gerçekleşmemişse

Yalnızca farklı iki değeri olan değişkene Bernoulli rastgele değişkeni denir. Başarılı sonuç A'nın olasılığı $P(X=1) = p$
Başarısız A'nın olasılığı $P(X=0) = 1-p$

$$p(x) = p^x (1-p)^{1-x} ; x = 0, 1$$

$$E(X) = 0 \cdot (1-p) + p = p$$

$$E(X) = \sum x \cdot p(x) ; x = 0, 1$$

$$Var(X) = p \cdot q \quad Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$Var(X) = \sum (x_i - E(X))^2 \cdot p(x) \quad \rightarrow q = 1-p$$

2. Binom Olasılık Dağılımı

Bir Bernoulli deneyini n kez tekrarlayan bir deneydir. Pek çok deney tam ya da yaklaşık olarak aşağıdaki kurallara uyar.

1- Deney, deneme sayısı (n) olarak adlandırılır, denemeler sırasında sabit olan sayıda tekrardan oluşur. (Değişen başarı sayısı olacak)

2- Başarı sayısı X rastsal değişkeni olarak tanımlanır.

3- Her deneme başarılı ya da başarısız olmak üzere iki sonuca sahiptir.

4- Denemeler birbirinden bağımsızdır.

5- Başarı sayısı X $[0, n]$ aralığında olur.

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad x=0,1,\dots,n$$

$$q=1-p$$

ÖRNEK 3 Bir para 3 kez atılsın. Başarı sayısı X 2 kez tura gelmesi olsun. Buna göre iki kez tura gelme olasılığını bulunuz.

$$2^3 = 8 = n \quad \left\{ \begin{array}{l} TTT, TT4, T4T, 4TT \\ 4TT, 4T4, T44, 444 \end{array} \right\} \left(\frac{3}{8} \right)$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \frac{1}{2}^2 \cdot \frac{1}{2}^{(3-2)} = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

3 kez
atılıyor

2 tura
gelmesi

% 37.5

Ör) 10 kez at 2 tura

$$2^{10} = 1024 \quad \left(\binom{10}{2} \cdot \frac{1}{2}^2 \cdot \frac{1}{2}^8 = \frac{10!}{8!2!} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{256} \right)$$

$$= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{256} = \frac{45}{256 \cdot 4}$$

Ör) 1 para 10 kez atılıyor. 6 kez tura gelmesi olasılığı = ?

$$2^{10} = 1024 \quad P(X=6) = \binom{10}{6} \cdot \frac{1}{2}^6 \cdot \frac{1}{2}^4$$

$$P(X=6) = \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{1}{2^{10}} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!} \cdot \frac{1}{2^{10}} = \frac{210}{2^{10}}$$

$$\frac{210}{1024} = 0,20507$$

Beklenen Değer (Binomun beklenen değeri)

$$E(X) = n \cdot p$$

$$\text{Var}(X) = n \cdot p \cdot q \rightarrow n \text{ kez Bernoulli'nin tekrarı}$$

Ör) Bir madeni para 4 kez atılıyor. 2 kez tura gelme olasılığını hesaplayınız.

Klasik yöntem $2^4 = 16$ durum var

TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT, TTTT

14/11/19

Perşembe

$$\frac{\text{Uygun haller}}{\text{Mümkün haller}} = \frac{6}{16}$$

$$\text{Binom} \mid \binom{4}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \binom{4}{2} \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{8} // = 0,375 \quad \text{0/0 37.5} \end{aligned}$$

Birden çok durum oldu da binom dağılımı kullanılır.

3-Poisson Dağılımı

Poisson dağılımı aşağıdaki durumlarda kullanılan kesikli bir olasılık dağılımıdır-

- 1- Büyük bilgisayar sistemlerinin belli bir gündeki arıza sayısı
- 2- Bir firmanın bir parçayı belli bir süre içinde edinme sayısı.
- 3- Bir limana belli bir zaman dilimi içinde yanaşan gemi sayısı.
- 4- Bir süpermarkete giren herhangi bir saat içinde gelen müşteri sayısı.



> Diğer dağılımlardan ayıran yarı zaman vurgusu.

Poisson dağılımı nasıl olaylar dağılımıdır.
p değerinin küçük old. durumlarda kullanılır.

Poisson dağılımı varsayımları

Bir zaman aralığı içinde bir olayın gerçekleşme olasılığı çok düşük olan olaylar için kullanılır.

* Olayın gerçekleşme olasılığı bütün zaman dilimlerinde sabittir.

* Olayların gerçekleşmesi bağımsızdır. Bir zaman dilimindeki gerçekleşen bir olay diğer bir zaman dilimindeki olayın olasılığını etkilemez.

Poisson dağılımına uygun X rasasal değişkeninin olasılığı

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$e = 2,71$$

$$2,718$$

x: olayın gerçekleşme sayısı

$P(x)$, λ veri iken belli bir zamanda x sayıda olayın gerçekleşme olasılığıdır.

$\lambda \rightarrow$ zaman diliminde gerçekleşmesi beklenen ortalama olay sayısıdır.

$$\mu_x = E(x) = \lambda$$

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \lambda$$

$$M(x) = E(x) = \sum x \cdot P(x) = \sum x \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

Ör: Bir havaalanına günde ortalama 96 uçak inmektedir. X rassal değişkeni havaalanına giren herhangi bir saat içinde inen uçakların sayısı olsun. Buna göre giren herhangi bir saat içinde "0" uçak "1" uçak "2" uçak inmesi olasılıklarını hesaplayınız.

24 saat $\rightarrow$ 96

$$\lambda = \frac{96}{24} = 4$$

$$P(X=0) = \frac{(2.71)^{-4} \cdot 4^0}{0!} = 0.0185$$

1 saatte inen uçak sayısı

$$P(X=0) = 0.0185$$

%1.85 ihtimalle hiç inmeyecektir.

$$P(X=1) = \frac{(2.71)^{-4} \cdot 4^1}{1!} = 0.0741 \quad \%7.41$$

$$P(X=2) = \frac{(2.71)^{-4} \cdot 4^2}{2! \cdot (2!)} = 0.148 \quad \%14.8$$

4. Hiper Geometrik Dağılım

Hiper Geometrik dağılım binom dağılımında olduğu gibi iki sonuçlu olaylara uygulanan bir dağılım olup iadesiz çekilişlerin geçerlidir.

Sayılabılır sayıda N adet birimden r tanesi belli bir özelliğe; $N-r$ tanesi başka bir özelliğe sahip olsun. iadesiz olarak seçilen n adet birimden x tanesinin r özelliğine sahip olması x rastlantısal değişkenidir. x sayıda r özelliğine sahip olayın olasılığı

milli piyango
klasik aboneliğinde kalın

$$P(X=x) = \frac{\binom{N-r}{x} \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

ÖR 100 adet biletten 20 tane ikromiyelidir. 3 bilet alan bir kişiye 2 ikromiyeye çıkma olasılığı kaçtır.

$$P(X=2) = \frac{\binom{20}{2} \binom{100-20}{3-2}}{\binom{100}{3}}$$

$$= \frac{\frac{20!}{(20-2)!2!} \cdot \frac{80!}{79!1!}}{\frac{100!}{97!3!}} = \frac{2! \cdot 80!}{100!}$$

$$= \frac{19.2}{100} \cdot \frac{80!}{79!} = \frac{190.80 \cdot 2.3}{98.99.100}$$

$$= \frac{98.99.100}{1.7.3} = \frac{9860}{100}$$

$$= 0.0506$$

$$= \%5.06$$

$$\frac{\binom{N-r}{n-x} \binom{r}{x}}{\binom{N}{n}}$$



MURAT
YAYINLARI

Hiper Geometrik Dağılımın
Beklenen Değeri ve Varianst

$$E(x) = n \cdot p$$

$$\text{Var}(x) = n \cdot p \cdot q \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$\frac{n}{N}$ oranı %5'ten küçük ise H.G. yerine
binom kullanılır.

Ör 48 kişilik bir sınıfın %10'u karadenizlidir.
Bu sınıftan rastgele seçilen 5 öğrenciden
2 sinin karadenizli olması olasılığı kaçtır?

$$N = 48$$

$$r = \frac{10}{100} \cdot 48 \approx 4.8 \approx 5 \text{ kişi}$$

$$n = 5$$

$$x = 2$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{43}{3}}{\binom{48}{5}}$$

$$\frac{\frac{4! \cdot 2!}{2!} - \frac{43!}{41! \cdot 2!}}{\frac{48!}{44! \cdot 4!}} = 0,0278$$

eude adersin